

Cilindros Relativísticos em Rotação

Dimiter Hadjimichef

Pergunta:

Imagine um objeto tubular em grande velocidade no espaço e girando no próprio eixo, também em grande velocidade. Em cada extremidade desse objeto há uma capsula e com um relógio dentro. Ambas as capsulas tem exatamente a mesma massa. Presa a cada uma das capsulas há um eixo exatamente igual ao primeiro mas em escala um pouco menor, também rotacionando em velocidade, paralelamente a rotação do eixo principal. Como no primeiro eixo, os dois eixos secundários tem relógios. Pergunta: Em função da lei da relatividade, os relógios dos dois eixos secundários marcariam o tempo de forma diferente dos do eixo principal?

Resposta:

O problema proposto é similar a uma família de problemas tradicionais estudados na Relatividade Geral (RG) desde a sua origem e que explora os efeitos da rotação em relógios ou na própria estrutura do espaço-tempo.

Na gravitação de Newtoniana a massa é a única fonte de efeitos gravitacionais. Na Relatividade, a massa torna-se parte de uma quantidade mais geral chamado de “tensor de energia-momento”, o qual inclui tanto as densidades de energia e momento, bem como o chamado “estresse” (isto é, pressão e cisalhamento), constituindo na fonte dos efeitos gravitacionais que irá curvar o espaço-tempo.

A RG também prevê um fenômeno chamado de “arrasto de referenciais inerciais locais” no qual corpos em rotação arrastam o espaço-tempo em torno de si mesmo. O efeito do arrasto dos referenciais na trajetória (esquemática) de um corpo em queda livre (vindo do infinito) no plano equatorial de uma estrela em rotação, pode ser visto na figura a seguir:

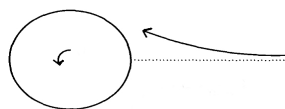


Figura 1: Arrasto do referencial inercial local

Vamos estudar dois exemplos a seguir que tratam destes curiosos fenômenos relativísticos.

Primeiro exemplo: Mesa Relativística em Rotação

A Relatividade Geral prevê um efeito de dilatação do tempo gravitacional dado pela seguinte expressão aproximada

$$\frac{\Delta t_1 - \Delta t_2}{\Delta t_2} \simeq \frac{1}{c^2} (\phi_2 - \phi_1)$$

onde ϕ_1 e ϕ_2 são os potenciais gravitacionais, sendo Δt_1 e Δt_2 os respectivos intervalos de tempo, medidos em dois pontos distintos.

No nosso caso da Mesa Relativística em Rotação (ver figura 2), tanto um relógio no centro quanto um na borda, está em repouso no referencial da mesa. Entretanto, este sistema de referência é não-inercial e portanto um relógio num ponto a uma distância r do centro irá “sentir” uma força (centrífuga) para fora, em módulo, dado por

$$F = m r \omega^2.$$

Numa região muito pequena é possível considerar (aproximadamente) a aceleração como sendo uniforme e desta forma usar o “Princípio de Equivalência”, considerando uma força gerada por um potencial ϕ , dada por

$$F_r = -m \frac{d\phi}{dr}.$$

Igualando estas duas equações anteriores, temos

$$\frac{d\phi}{dr} = -r \omega^2.$$

Resolvendo esta equação encontramos

$$\Delta \phi = \phi_0 - \phi_r = -\frac{1}{2} \omega^2 r^2.$$

Considerando Δt_0 o intervalo de tempo medido no centro da mesa e Δt_r o intervalo de tempo medido na borda, a expressão para dilatação do tempo gravitacional no nosso caso fica

$$\frac{\Delta t_r - \Delta t_0}{\Delta t_0} \simeq \frac{1}{c^2} (\phi_0 - \phi_r)$$

ou seja

$$\frac{\Delta t_r - \Delta t_0}{\Delta t_0} \simeq -\frac{1}{2c^2} \omega^2 r^2.$$

Deste resultado vemos que

$$\Delta t_r - \Delta t_0 < 0 \quad \longrightarrow \quad \Delta t_r < \Delta t_0$$

lembrando que Δt_r e Δt_0 são intervalos positivos, concluímos que o tempo passa mais devagar na borda do que no centro da mesa.

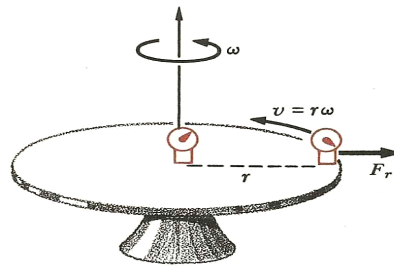


Figura 2: Mesa Relativística em Rotação.

Segundo exemplo: Cilindro Relativístico em Rotação

Inicialmente vamos definir o chamado “cone de luz”. O cone de luz é o caminho que um raio de luz segue através do espaço-tempo em todas as direções, partindo de um único evento (localizado num único ponto no espaço e num único instante no tempo). Na figura 3 vemos uma representação do cone de luz, onde o ponto que define o evento é o que chamamos de “Presente”. Todo evento futuro causalmente acessível, está situado no “cone de luz do futuro”. O mesmo é verdade para pontos no passado causal deste evento, situando-se no “cone de luz do passado”. Portanto, pelo fato dos sinais luz e outras influências causais não poderem viajar mais rápido do que a luz, o cone de luz desempenha um papel essencial na definição do conceito de causalidade.

Na Relatividade as trajetórias das partículas no espaço-tempo são chamadas de “linhas de mundo”. As trajetórias, de partículas materiais estão sempre confinadas dentro do cone de luz e ganham uma designação adicional: são chamadas de “tipo-tempo”. Enquanto que as trajetórias dos raios de luz viajam sobre o próprio cone e são chamadas de “tipo-luz”.

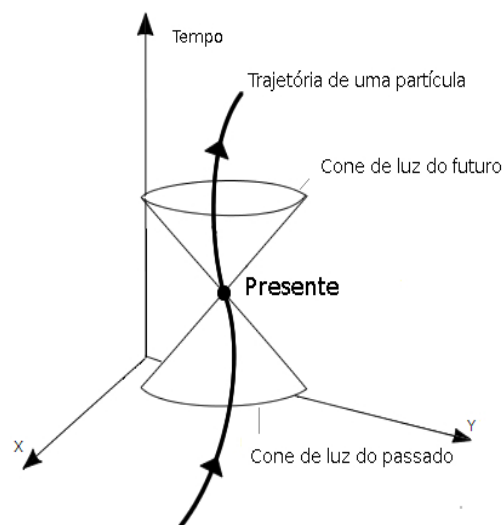


Figura 3: Cone de luz

Frank Tipler mostrou em seu artigo de 1974, “Rotating Cylinders and the Possibility of Global Causality Violation” que, num espaço-tempo contendo uma massa cilíndrica de comprimento infinito, girando ao longo do seu eixo longitudinal, o cilindro deve criar um efeito de arrasto de referencial. Este efeito pode deformar o espaço-tempo, de tal forma que os cones de luz de objetos próximos ao cilindro seriam inclinados (ver figura 4), de modo que parte do cone

de luz apontaria para trás ao longo do eixo do tempo no diagrama de espaço-tempo, isto é, poderiam existir linhas de mundo tipo-tempo fechadas. Ele sugeriu que o mesmo efeito poderia ocorrer para um cilindro de comprimento finito em rotação muito rápida, o que tornaria viável a construção de uma “máquina do tempo”.

Por outro lado o Stephen W. Hawking forneceu uma prova que de acordo com a RG, é impossível construir uma máquina do tempo em qualquer região finita. Para existir as tais “linhas de mundo tipo-tempo fechadas”, numa região finita do espaço-tempo, seria preciso ter um tipo de matéria exótica com energia negativa.

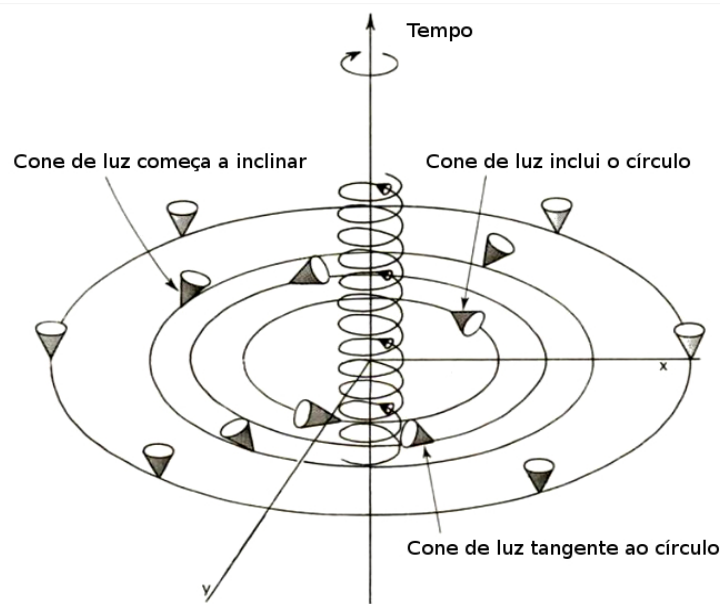


Figura 4: Cilindro infinito em Rotação.

Este é um assunto extenso e possui uma vasta literatura. Para leituras futuras:

1. “Rotating cylinders and the possibility of global causality violation”, Frank Tipler; Physical Review D9 2203, (1974).
2. “Chronology protection conjecture”, Stephen W. Hawking; Physical Review D46 603, (1992).
3. “A natureza do espaço e do tempo”, Stephen W. Hawking e Roger Penrose; Ed. Papirus (2001).
4. “O futuro do espaço e do tempo”, Stephen W. Hawking, Kip S. Thorne, Igor Novikov, Timothy Ferris, Alan Lightman, Richard Price; Ed. Companhia das Letras (2005).